Mathis Vilboux Duplessis
RechercheFinance
9 novembre 2025

Rendements Logarithmiques du Bitcoin

Que mesurent-t-ils vraiment ?

L'analyse des rendement logarithmique du Bitcoin occupe une place très importance dans l'étude des marchés financier. Contrairement au rendement simple, les rendements logarithmiques permettent de s'additionner dans le temps ce qui facilite la mesure des variations cumulées d'un actif sur plusieurs périodes successives. Par exemple si le Bitcoin enregistre un hausse de 10% suivi d'un baisse d'également 10%, les rendement simple ne s'annule pas parfaitement car ils se trouvent être dans des bases différentes. Le rendement logarithmique lui offre une mesure plus symétrique et plus cohérente des ces variation. De plus les rendement logarithmique donne l''avantage d'être proche d'un distribution normale (Gaussienne). Cela les rends particulièrement très utiles dans les modélisation statistique et stochastique utilisé en finance : comme les modele de volatilité (GARCH) ou les modèle log normaux. Cependant cette approche n'est pas exempte de limites. Pour des variation très importante, le rendement logarithmique peut sous-estimer légèrement la variation réelle observer en pourcentage. Par ailleurs son interprétation est beaucoup moins intuitive pour un investisseur non spécialiste, car elle n'exprime pas directement en pourcentage de gain ou de pertes

En résumer les rendements logarithmique sont tous particulièrement très apprécier en finance pour leur adaptation aux actifs à fortes volatilité, comme le Bitcoin, où ils permettent une analyse plus stable, mathématiquement cohérente et exploitable dans des modèles de prévision.

Cas d'étude :

Dans notre cas l'étude s'appuiera sur un jeu de donnée couvrant la période de 2015 à 2025. Elle comprendra les rendements simples et rendements logarithmique, afin d'évaluer dans quelle mesure ces derniers reflètent plus fidèlement la dynamique réelle du marché Bitcoin.

1 - Implementation du code

Cette analyse repose sur l'utilisation du langage Python, reconnu pour sa puissance dans le traitement de données financières. Afin de tirer le meilleurs parti de l'analyse nous utiliseront les Bibliothèques Pandas, NumPy, yFinance et Matplotlib (voir implementation Figure 1.1).

```python
import pandas as pd
import numpy as np
import yfinance as yf
import matplotlib.pyplot as plt
```

Figure 1.1 : Implémentation des Bibliothèque utilisé aux fins de l'analyse

Dans un premier temps les données historiques du Bitcoin seront récupérer à l'aide de la bibliothèque yFinance. Ce module permettra d'accéder directement aux données financière issue de Yahoo, Incluant les prix de Fermeture 'Close' que nous utiliseront aux fins de l'analyse.

2 - Formule & Implementation

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

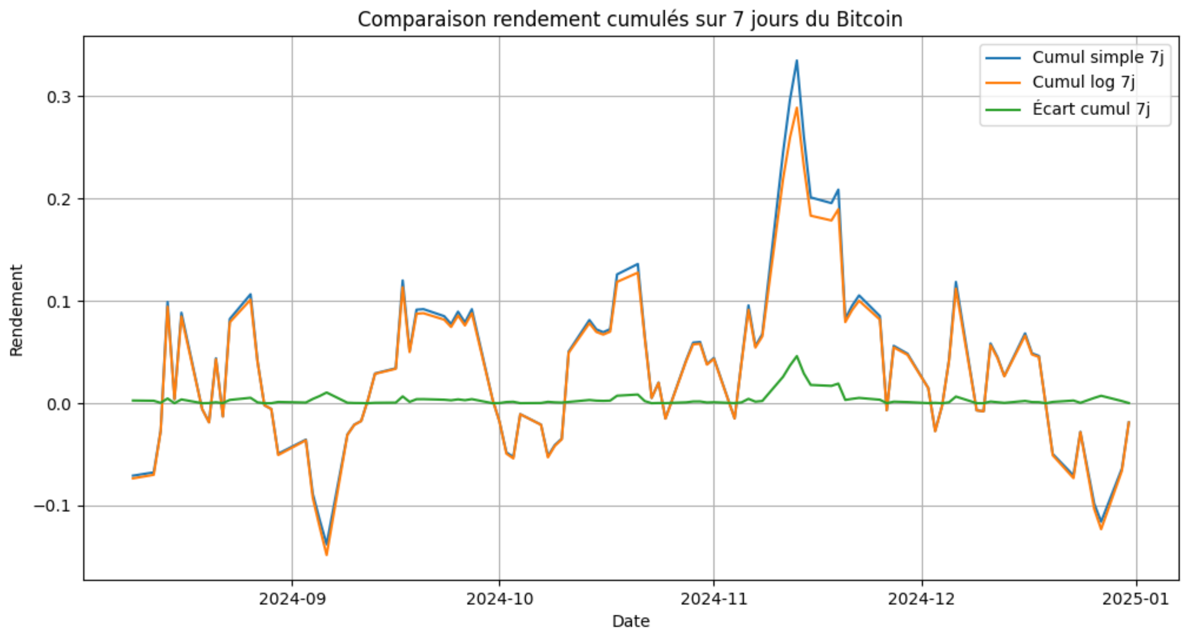
Le rendement simple R_t mesure la variation relative du prix de clôture du Bitcoin entre deux jours consécutifs, directement interprétable en pourcentage. Le rendement logarithmique r_t lui représente le logarithme naturel de ce rapport, permettant d'additionner les variations sur plusieurs périodes et offrant une meilleure cohérence statistique pour l'analyse de séries financières volatiles (voir implémentation Figure 2.1)

```python
# --- Calcul des rendements ---
btc_data["R_simple"] = btc_data["Close"].pct_change()
btc_data["R_log"] = np.log(btc_data["Close"] / btc_data["Close"].shift(1))
btc_data = btc_data.dropna()

# --- Rendements cumulés sur 7 jours ---
window = 7
btc_data["Cumul_simple_7j"] = (1 + btc_data["R_simple"]).rolling(window).apply(np.prod, raw=True) - 1
btc_data["Cumul_log_7j"] = btc_data["R_log"].rolling(window).sum()
```

Figure 2.1 : Calcul des rendements

3 - Résultats & Interprétations de la différence des variation



L'analyse menée sur les données du Bitcoin entre 2015 et 2025 montre une différence mesurable entre le rendement simple cumulé sur 7 jours et le rendement logarithmique cumulé sur la même période.

L'écart maximal observé dans l'échantillon est de :

- ≈ 0,04607, soit 4,6 %.

Cet écart, bien que relativement modeste, illustre parfaitement la manière dont les deux approches répondent différemment aux variations de prix. Le rendement simple intègre la multiplication des variations successives et reste très sensible aux fluctuations importantes, ce qui peut amplifier les mouvements lorsque le marché devient instable. À l'inverse, le rendement logarithmique, en additionnant les variations, propose une vision plus lissée et plus cohérente mathématiquement, surtout sur les périodes où la volatilité est élevée, comme c'est souvent le cas pour le Bitcoin.

L'écart observé d'environ 4,6 % sur une fenêtre de sept jours témoigne donc principalement du caractère non symétrique des rendements simples et de leur dépendance aux niveaux de prix successifs. Le rendement logarithmique, lui, corrige cette asymétrie et fournit une mesure plus stable, particulièrement utile lorsque les prix connaissent des variations rapides ou extrêmes. Cela signifie que, dans les phases de forte volatilité — hausses rapides ou corrections brusques — l'écart entre les deux types de rendement augmente naturellement, ce qui se reflète dans le résultat que nous observons.

4 - Etude des modèles de volatilité (GARCH)

Le passage de l'étude descriptive des rendements à l'étape de la prevision et de la gestion des risques nécessite une modélisation plus sophistiquée de la volatilité. L'analyse précédente (comparaison des rendements simples et logarithmiques) a révélé le caractère hautement volatil du Bitcoin, mais elle a également confirmé que cette volatilité n'est pas constante dans le temps. Ce phénomène appelé **hétéroscédasticité conditionnelle** ou **volatility clustering**, est une caractéristique fondamentale des séries temporelles financières : les périodes de fortes variation (hausses ou baisses) ont tendance à être suivies par d'autres périodes de fortes variations, et inversement.

Afin de capter et de projeter cette dynamique rechercher, nous nous tournons vers le modele **GARCH(p, q).**

(Note : Ce modèle est l'outils standard de l'industrie pour estimer la variance conditionnelle des actifs)

L'utilisation des rendements logarithmiques (r_t) est impérative pour cette modélisation, car leur symétrie et leur plus grande proximité avec une distribution normale (Gaussienne) par rapport aux rendements simples, ils assurent la validité statistique des estimations du modèle GARCH. Sans cette propriété, les hypothèses fondamentales du modèle ne seraient pas satisfaites, rendant les prévisions de volatilité moins fiables

5 - Formule & Implementation de GARCH(1, 1)

Equation de la Moyenne :

$$r_t = \mu + \xi_t$$

Elle décrit le rendement r_t comme une constant μ plus un terme d'erreur ξ_t

Équation de la Variance Conditionnelle (Variance Equation) :

C'est l'équation clé du GARCH(1,1).

Elle modélise la variance conditionnelle (σ_t^2) en fonction de trois facteurs :

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\xi_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$$

Où : σ_t^2 est la volatilité conditionnelle (variance) au temps. ω est la volatilité de base (constante). $\alpha\xi_{t-1}^2$ capture l'impact des chocs passés (l'information du marché via le carré du rendement d'hier). C'est le terme ARCH. $\beta\sigma_{t-1}^2$ capture la persistance de la volatilité d'hier.

C'est le terme GARCH. Pour que le processus soit stable et stationnaire, la somme des coefficients de persistance doit être inférieure à 1 : $\alpha + \beta < 1$

Pour mener cette analyse, nous utiliserons la librairie Python arch (ARCH Python). Cette bibliothèque est le standard pour l'estimation des modèles de volatilité conditionnelle. Elle nous permettra d'ajuster rapidement et de manière robuste le modèle GARCH(1,1) aux rendements logarithmiques du Bitcoin. L'utilisation d'une solution optimisée et déjà implémentée dans un cadre professionnel est essentielle pour garantir la fiabilité des résultats et se concentrer sur l'interprétation financière (voir figure 5.1 et 5.2)

```python
returns_series = 100 * btc_data['R_log']


am = arch_model(
    returns_series,
    mean='Constant',        # le modèle de la moyenne (r_t = mu + xi_t)
    vol='Garch',            #  GARCH
    p=1, q=1,               # ordre level GARCH(1,1)
    dist='normal'
)
```

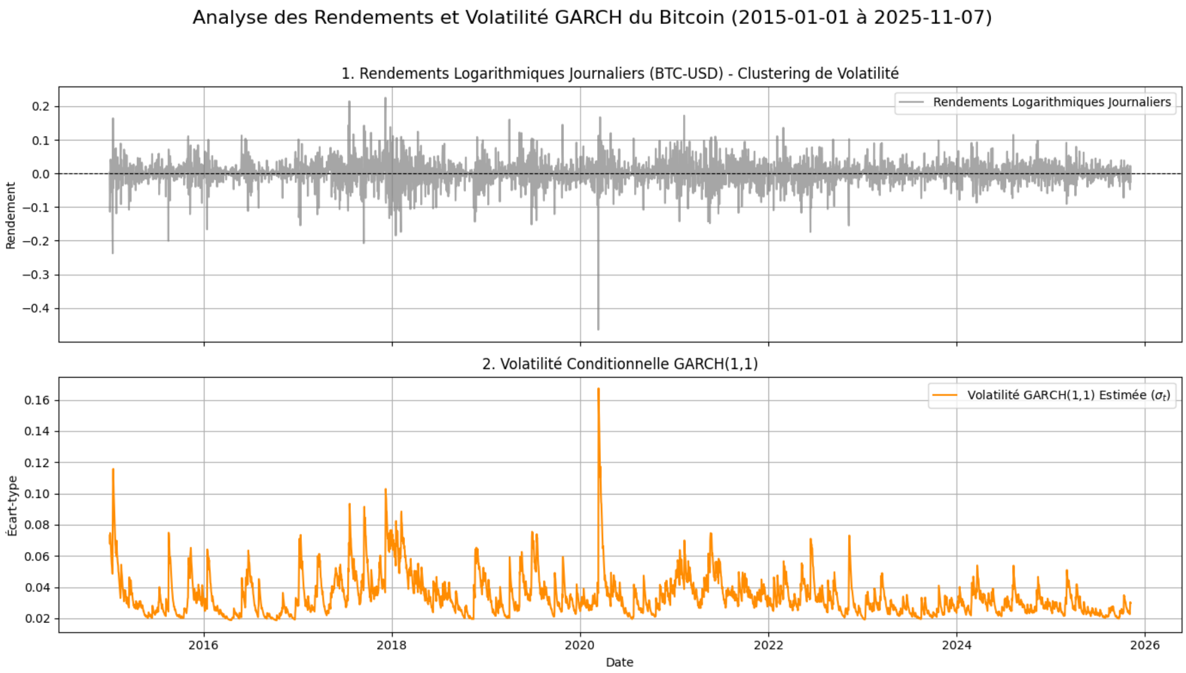
(Figure 5.1)

```python
print("\n--- GARCH(1,1) ---")
res = am.fit(disp='off')
print(res.summary())

btc_data['Volatilité_GARCH'] = res.conditional_volatility / 100
```

(Figure 5.2)

6 - Résultats & Interprétations



L'analyse graphique issue du modèle GARCH(1,1) met en évidence le phénomène de « clustering » de volatilité, où les périodes de forte instabilité se regroupent dans le temps. La courbe de volatilité conditionnelle montre des pics violents lors des crises, suivis d'une lente décélération, ce qui traduit une forte persistance du risque sur le marché du Bitcoin. Cette modélisation dynamique valide l'importance fondamentale du choix méthodologique initial : l'utilisation des rendements logarithmiques. En effet, cette analyse de risque n'aurait pas été rigoureuse avec des rendements simples. Ces derniers, par leur asymétrie et leur dépendance au niveau des prix, ne respectent pas les hypothèses statistiques de stationnarité requises par les modèles prédictifs comme GARCH. À l'inverse, les rendements logarithmiques, grâce à leur symétrie et leur propriété d'additivité temporelle, permettent de "normaliser" le comportement chaotique de l'actif. Ainsi, l'approche logarithmique ne se contente pas de lisser la lecture des performances passées ; elle est la condition *sine qua non* pour construire des modèles de risque fiables et projeter la volatilité future d'un actif aussi turbulent que le Bitcoin.

En conclusion, cette étude met en évidence que, même si le rendement simple reste plus intuitif à lire, le rendement logarithmique offre une mesure plus cohérente pour l'analyse financière. Les résultats montrent que, sur un marché aussi volatil que celui du Bitcoin, les rendements logarithmiques permettent de capter la dynamique réelle avec davantage de rigueur, tout en limitant les distorsions liées aux effets cumulés des variations journalières. Ce constat renforce l'idée que les modèles financiers fondés sur les logarithmes demeurent mieux adaptés lorsqu'il s'agit d'étudier ou de prévoir le comportement d'actifs fortement fluctuants.

ANNEXE :

```
[107 rows x 5 columns]
Écart maximal cumul 7 jours : 0.04607079270285169
(venv) ➜  Rendement Bitcoin
```